

带裂纹矩形板在动载下破裂的试验研究

陈静曦 王武林

提 要

本文详细描述了带裂纹的矩形石膏板在动载作用下裂纹的起裂、扩展、破坏的全过程。根据断裂动力学和应力波理论,对其试验结果进行了分析,得出带裂纹石膏板试件在动载作用下产生破裂所遵循的规律。

一、引 言

物体在承受急剧变化的冲击荷载作用时,所产生的各种现象就象波的传播和由于急剧的应力变化而产生的破坏一样。这种质点速度的变化以及相应的应力和应变所体现的应力扰动或应变扰动的传播称为应力波。

在六十年代,罗伯特(Robertson)^[1]、马尔(Mal)^{[2][3]}、薛昌明(Sih)和罗备(Loebep)^[4]已对正入射作用于裂纹的纵波和横波产生的不同断裂进行了研究。随后,斯瓦斯塔瓦(Srivastava)、哥仆塔(Gupta)和伯莱亚(Palaiya)^[6]又对弹性波与一无限长条板上的格里菲斯(Griffith)裂纹和弹性波正入射到一含有硬币状裂纹的弹性圆筒的过程进行了研究。这些研究工作都是在均质弹性材料中进行的,而在含有天然裂纹的岩石材料中波传播的研究工作几乎还没有任何进展。只是近年来,人们才把注意力转向岩石材料,开展了含裂隙岩石动力特性的探讨工作。

预言岩石在冲击荷载下的动力特性,特别是断裂特性是很重要的。因为即使对于静载荷载来说是安全的结构物,受冲击荷载后也可能发生断裂和毁损。由于岩石中的裂隙在应力波的作用下将发生扩展,同时,应力波也因遇到裂隙而产生反射、折射和透射。这种波的传播、裂纹的生长及其相互作用,直接影响着岩体的稳定性。因此,它是工程中急待解决的问题,也是岩石力学所面临的新课题,对此问题的研究,具有理论和实际应用的意义。

二、基本理论

(一)波速与波幅

根据应力波理论,把弹性介质所满足的基本方程经微分变换,得波动方程

$$\varphi_{j,kk} - \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \ddot{\varphi}_j = 0 \quad (1)$$

$$\psi_{j,kk} - \frac{\rho}{\mu} \ddot{\psi}_j = 0 \quad (2)$$

其中 φ_j 是由 P 波引起的位移; ψ_j 是 S 波引起的位移。由波动方程可知, P 波和 S 波的波速分别为

$$C_p = [(\lambda + 2\mu)/\rho]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$C_s = [\mu/\rho]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

由方程(3)可得, 在一维情况下, P 波波速为

$$C_0 = \sqrt{E/\rho} \quad (5)$$

在二维情况的平板中, 当平面 P 波的传播速度比板厚度大得多时, P 波波速为

$$C_L = \{E/[\rho(1-\nu)]\}^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

在上述方程中 ρ 为介质密度; μ 为剪切模量; λ 为拉梅系数; ν 为泊松比。

弹性波在介质中传播, 当两波相遇时, 其结果可由两作用波分别单独叠加而得(代数和), 这是由于弹性波的控制方程是线性的, 因此叠加原理成立。

如果弹性波与裂纹相遇, 就将出现反射波和透射波。在弹性波斜入射情况下, 还会有折射波。这些反射、透射和折射波波幅, 都可根据虎克定律

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} U_{kk} + \mu (U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (7)$$

及边界条件

$$\Sigma U_{i1} = \Sigma U_{i2} \quad (8)$$

$$\Sigma \sigma_{ij1} = \Sigma \sigma_{ij2} \quad (9)$$

而求得。式中 σ 为应力; U 为位移; $\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$ 。

特别在 P 波垂直入射情况下, 解得其反射波和透射波的波幅为

$$A_{\text{反射}} = A_{\text{入射}} \frac{(\rho C_p)_1 - (\rho C_p)_2}{(\rho C_p)_1 + (\rho C_p)_2} \quad (10)$$

$$A_{\text{透射}} = A_{\text{入射}} \frac{2(\rho C_p)_1}{(\rho C_p)_1 + (\rho C_p)_2} \quad (11)$$

由式(10)知, 反射波的振幅依赖于 $(\rho C_p)_1 - (\rho C_p)_2$, 若二种介质的速度和密度的乘积相同, 则在垂直入射条件下不产生任何反射波。

我们把乘积 ρC 称为介质的特征阻抗。

由式(10)知, 若介质 2 的特征阻抗大于介质 1 的, 那么在反射时应力波的波幅与入射波波幅同号, 因入射波和反射波的传播方向相反, 所以振动的相位改变了 π 。若介质 2 的特征阻抗小于介质 1 的, 则振幅改变符号, 在反射时相位不变。

(二) 裂纹尖端处应力场及动态应力强度因子

当应力波在含裂纹的介质中传播时, 将在裂纹尖端处出现波的衍射, 从而使得裂纹尖端处的应力-位移场发生急剧的变化。在最一般的加载条件下, 线弹性固体内的平面裂纹光滑边界紧邻处的应力和位移状态可表述为

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \frac{K_I(t)}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \end{pmatrix} + \frac{K_{II}(t)}{\sqrt{2\pi r}} \begin{pmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} (2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}) \\ \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \frac{k_I(t)}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (\kappa - \cos\theta) \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} + \frac{K_{II}(t)}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{pmatrix} \sin\frac{\theta}{2}(\kappa + \cos\theta + 2) \\ \cos\frac{\theta}{2}(\cos\theta + 1 - \kappa) \end{pmatrix} \quad (13)$$

其中

$$\kappa = \begin{cases} 3 - 4\nu & (\text{平面应变}) \\ (3 - \nu)/(1 + \nu) & (\text{平面应力}) \end{cases} \quad (14)$$

r, θ 是以裂纹尖端处为原点的 xy 平面内的极坐标; $K_I(t)$ 、 $K_{II}(t)$ 为动态应力强度因子, 它表述为

$$K_I(t) = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{yy}(r, 0, t) \quad (15)$$

因为载荷是时间 t 的函数, 以及裂纹处于快速运动状态下, 应力分量将是时间的函数, 所以应力强度因子也是时间的函数或裂纹传播速度的函数。

动态应力强度因子依赖于裂纹的形状及入射的应力波波型。如果对阶跃函数形的瞬变入射波和正弦形的定常入射波分别解出 $K_I(t)$, 将这些解叠加后就可得到任意波形的 $K_I(t)$ 。

对 II、III 型裂纹, 有类似的 K_{II} 、 K_{III} 。对于波动问题, 即使是半无限长的二维裂纹, 在最简单的谐波作用下, K_I (以及 K_{II} 、 K_{III}) 的形式都极其复杂。一般说来, 裂纹对瞬态载荷的响应问题不可能得到准确的分析解。

三、试件制备和试验设备

由于岩石试样的制备所需经费太多, 我们根据相似原理, 采用了与岩石材料物理、力学性质相似的石膏模型进行试验。

这里所述的相似, 实际上包括两个方面——几何相似和物理相似。几何相似指的是形似; 物理相似则为运动、动力等特性的相似以及其它物理量如密度 ρ 、温度 T 、弹模 E 等成比例。

为研究不同角度的入射波对裂纹的影响, 制备了中央含有裂纹, 并且与模型轴线成不同角度的矩形试件 (见图 1), 试件尺寸为 $h \times w \times l = 27\text{cm} \times 20\text{cm} \times 3\text{cm}$, 裂纹尺寸 $l \times \delta = 5\text{cm} \times 0.1\text{cm}$ 。 α 为应力波传播方向与裂纹取向之夹角, 预制角 α 分别为 0° , 30° , 45° , 60° 和 90° 。试件所用石膏系建筑石膏, 按水: 石膏 = 80:100 的配比与水充分搅匀后倒入事先加工好的模具中, 待凝固后脱模, 将制作好的试件置于通风干燥处风干。

试验的冲击荷载由 10t 动压机提供, 该压机的工作原理示于图 2。动压机是通过气液控制, 经高压气体冲击加压杆来达到快速加载的目的。

应力的测量是由试件顶端处的测力筒来完成的。该测力筒测得的应力波值实际上是一透射波值, 但根据前述方程式(11)知, 入射波与透射波间存在着一比例关系, 又因在应力测量中, 一般经过 4—5 次内反射后, 应力计和介质的两个交界面上的应力将达到平衡。所以, 测量结果仅在波头的初始区段发生部分畸变, 对整个测量结果不产生影响。测量线路图示于图 3 中。

裂纹的开裂监测是由粘贴在裂纹尖端处的铅笔芯来进行的。由于铅笔芯的导电性能好 (铅笔芯电阻值为 $150\Omega/\text{m}$ 左右), 抗拉强度比较低 (约 $0.8\text{—}1.0\text{MPa}$), 具有与岩石类脆性

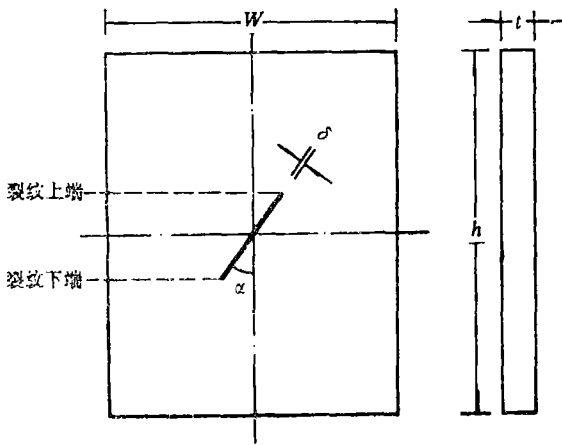


图 1 中央含裂纹矩形石膏板模型
Fig.1 Rectangular plaster plate with
a crack at the center

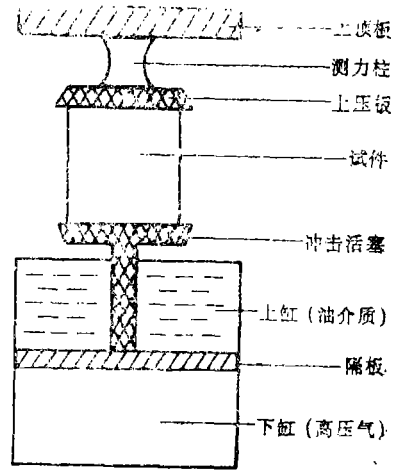


图 2 动压机工作原理示意图
Fig.2 The principle of the
dynamic testing press

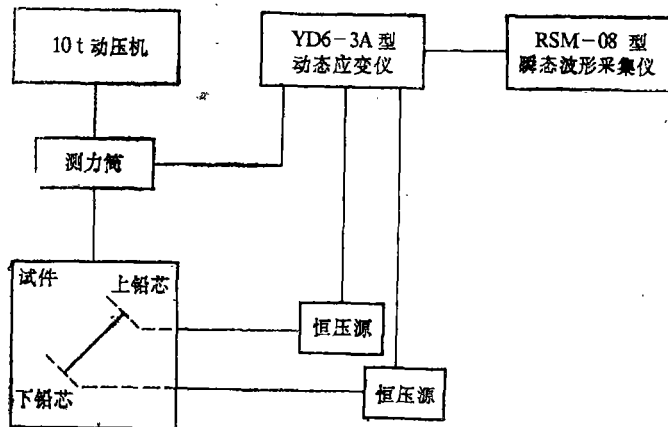


图 3 中央含裂纹矩形板断裂试验线路图
Fig.3 Fracture test of the rectangular plate with a crack at the center

材料相一致的力学特性, 非常适合于在岩石类材料的力学试验中作传感器。所以, 测量中利用甲电池作为恒压源串联上一电阻与铅笔芯相联, 可使铅笔芯两端产生一电压差。当裂纹开裂时, 铅笔芯随之断裂, 电压差发生变化, 利用 RSM-08 型瞬态信号采集处理仪记录电压差改变的时间——裂纹起裂时间。

四、实验结果及讨论

(一) 矩形板在动载下的应力-应变关系

为研究材料在平面状态下的动力特性, 在矩形石膏板上进行了单向加载动力试验, 通过测力筒和贴于试件中部的应变片输出的应变信号, 经 YD6-3A 型动态应变仪放大及 RSM-08

型信号采集处理仪处理，得动载下矩形石膏板的 $\sigma-t$ 、 $\varepsilon-t$ 关系。又因应变片贴在矩形板的中部，测得其弹性波速 $C_{eL}=0.247\text{cm}/\mu\text{s}$ ，故应力波到达应变片粘贴处和测力柱的时间差为

$$\Delta t=\frac{h}{2C_{eL}}=54.65(\mu\text{s})$$

因此，在进行结果处理时，将所测应力值的到达时间提前 Δt ，以达到应力、应变时间的统一，得矩形石膏板在动载下的 $\sigma-\varepsilon$ 图(见图 4)，其动态抗压强度为

$$\sigma_{ed}=6.836(\text{MPa})$$

(二) 不同 α 角的裂纹的开裂

当矩形石膏板中央含有不同角度的裂纹时，其断裂模式是不一样的。图 5 表示了具有不

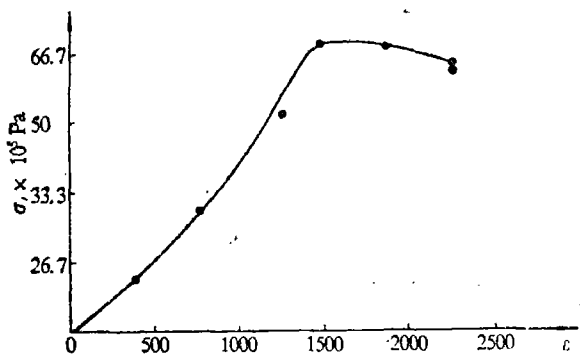


图 4 矩形石膏板动载下的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线
Fig.4 $\sigma-\varepsilon$ curve for the rectangular plaster plate under dynamic loading

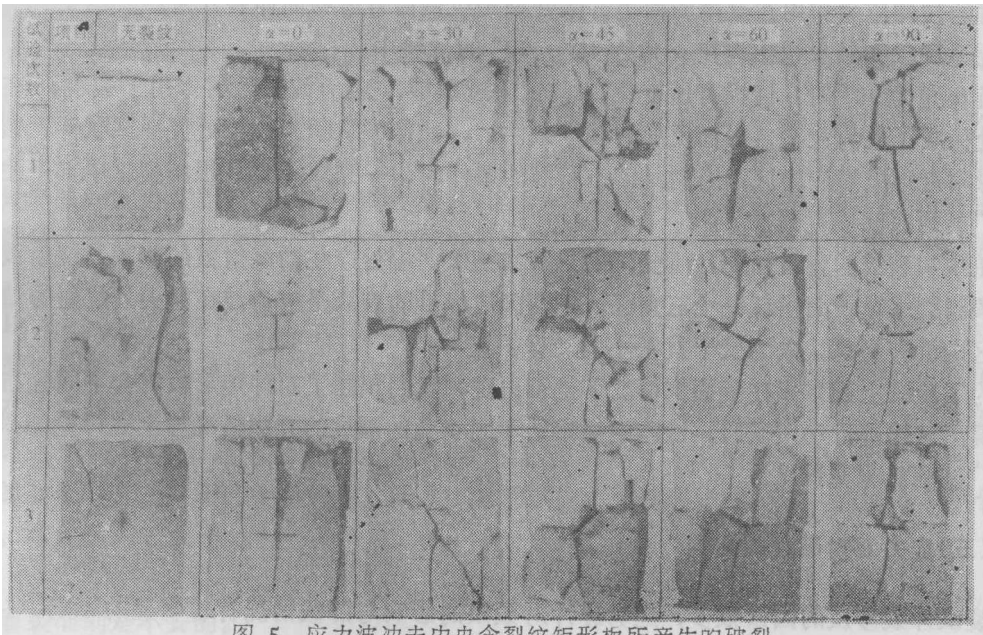


图 5 应力波冲击中央含裂纹矩形板所产生的破裂
Fig.5 Fracture generated by stress wave on the rectangular plate with a crack at the center

同 α 角的裂纹在单向冲击荷载作用下的破裂情况, α 角分别为 0° , 30° , 45° , 60° 和 90° , 并且与不含裂纹情况下矩形板的破裂进行了对比。

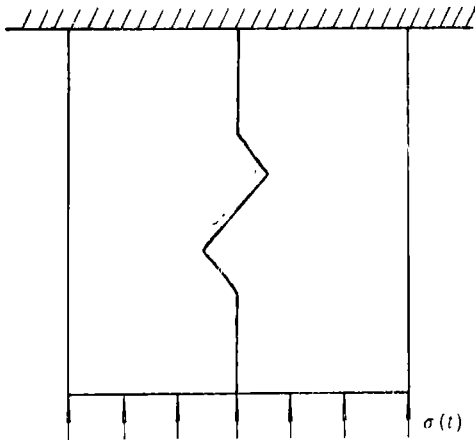


图 6 含 α 角裂纹矩形板在动载下主裂纹扩展示意图

Fig.6 Expansion of the principal crack on the rectangular plate having a crack with α angle under dynamic loading

试验结果表明:

如果没有预制裂纹, 试件的破裂将是随机的。

当预制裂纹方向角 α 为 0° 时, 裂纹的起裂取向从裂尖处开始, 顺着预制裂纹方向传播。

若 $\alpha = 30^\circ$, 出现一主裂纹, 起裂的方向与预制裂纹走向相垂直, 且向预制裂纹与应力波传播方向夹角小的那边偏移, 随后拐弯, 沿主应力 σ_1 方向扩展。示意图 6 就是对主裂纹扩展情况的描述。

这种断裂为复合型断裂。因入射的应力波遇到裂纹的情况与自由边界类似, 反射回一拉伸波, 出现拉应力区, 无裂纹处仍为压应力区, 于是在裂纹尖端处形成剪切断裂。随后, 因应力波来回反射的结果, 使裂纹由 II 型断裂转化成 I 型断裂。

除主裂纹外, 还存在着次裂纹。最为明显的是在预制裂纹尖端处出现的与应力波传播方向相垂直的次裂纹。该裂纹的产生原因是这里构成了材料的薄弱面, 从断裂情况判断, 是由于反射的拉伸应力作用在这薄弱面上, 张开型裂纹便沿着薄弱面伸展开来。

上述现象和结果也出现在 α 角为 45° 、 60° 的试验中。

当 α 角为 90° 时, 情况有所变化。在试验过程中, 应力波正入射作用于裂纹, 在预制裂纹处构成了应力波在自由面反射的基本条件, 一拉伸波从预制裂纹处反射回试件, 该处裂纹边缘附近形成拉应力区, 当满足动态断裂的条件时, 一裂纹就会从预制裂纹中部产生, 并迅速扩展到底部 (见图 5)。

在预制裂纹的背波面处, 所受到的只是由裂纹两端处产生的绕射波的影响。绕射波的作用使预制裂纹背波面出现一个三角区, 三角区边缘处的裂纹是应力波在裂尖处绕射的结果。三角区内没有裂纹, 成为受干扰很小的“保护区”。

为了验证上述结果在多裂纹情况下是否出现, 我们预制了四种矩形板内含不同分布的裂纹的模型试件进行动压试验。试验中观察到不同 α 角的裂纹的开裂情况与上述讨论结果完全吻合。试验结果见图 7。

(三) 应力波对破裂的影响

裂纹开裂涉及的因素很多, 应力脉冲对裂纹的影响与静载情况有着明显的不同。

在一般情况下裂纹的传播速度要低于应力脉冲的传播速度 (应力脉冲的传播速度约为岩石裂纹速度的 3—5 倍)。对延续时间很短的脉冲, 当脉冲已经通过, 且应力消失之前

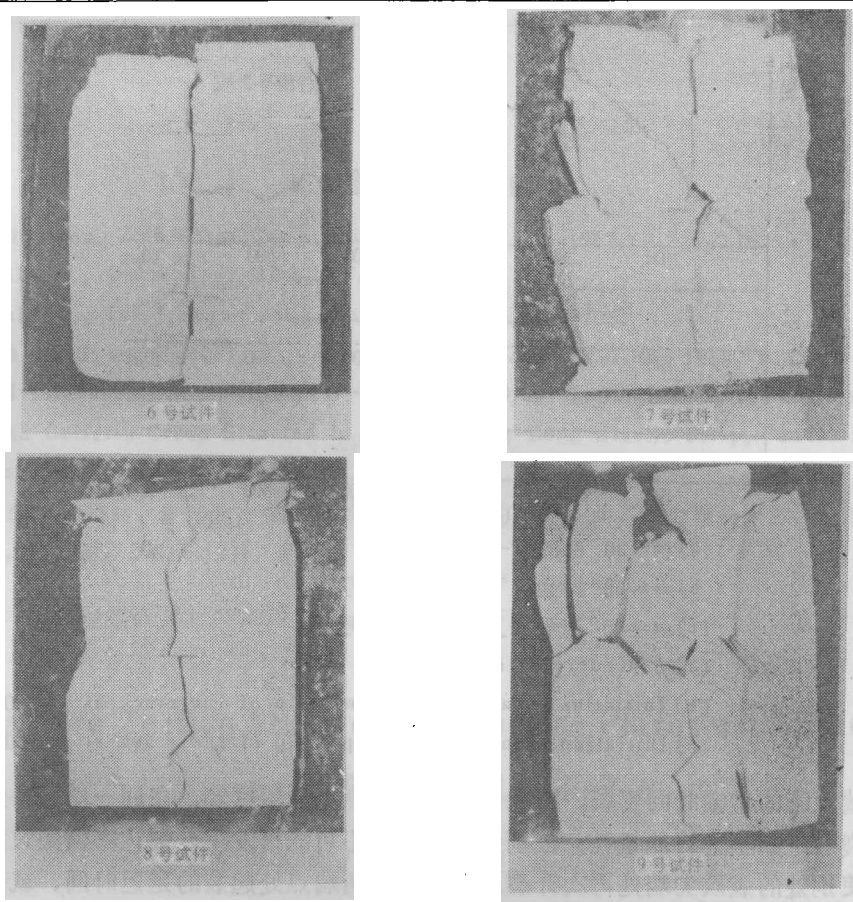


图 7 含多裂纹矩形板在动载下的破裂情况

Fig.7 Fracture of the rectangular plate having several cracks under dynamic loading

原有的裂纹还来不及扩展；再则，对于一个短的脉冲在任意短的时刻，试件仅有一小部分受应力作用，破坏可以在一个区域内产生，而与其它部分可能发生的变化无关；特别是不同界面处产生的应力波反射，这样一些反射脉冲可能发生干涉现象，所产生的应力分布非常复杂，即使入射脉冲的幅度较小，但几个反射脉冲叠加在一起就可能产生足以发生破裂的应力。

以 $\alpha = 30^\circ$ 时的裂纹开裂结果为例（见图 8 所示），在 t 时刻的应力波形图和相应的裂纹起裂时间的关系明显地表明，裂纹起裂的条件不是峰值压力的单值函数，裂纹开裂的时间并不在应力峰值处，而出现在应力峰值后。从图 8 (b) 还可以看到，断裂点 A 处对应的应力幅值高达 9.317MPa ，远远大于动载下测定的抗压强度 ($\sigma_{cd} = 6.836\text{MPa}$)。究其原因，与应力值的变化率有关，即应变率效应。因此，对动态应力强度因子的确定，必须考虑整个动力过程，单纯运用下式

$$\sigma \geq \sigma_{cd}$$

作为破裂准则是不妥的。

试验中还发现，含裂纹的矩形板试件，受冲击荷载作用后，以迎波的裂纹尖端处先发生开裂（即本试验中裂纹下端处），裂纹背波端处后开裂，这个两端点处发生开裂所需时间比应

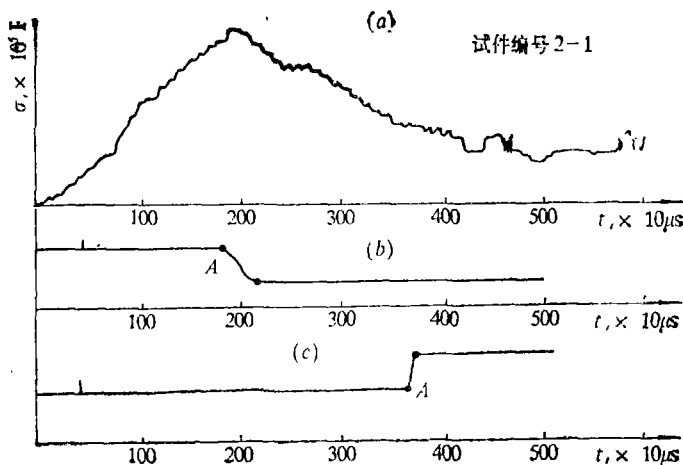


图8 (a) $\alpha = 30^\circ$ 时的 σ - t 曲线

(b) $\alpha = 30^\circ$ 时裂纹下端处开裂信号

(c) $\alpha = 30^\circ$ 时裂纹上端处开裂信号

Fig.8 (a) σ - t curve at $\alpha = 30^\circ$

(b) Initiation signal of the lower tip of the crack at $\alpha = 30^\circ$

(c) Initiation signal of the upper tip of the crack at $\alpha = 30^\circ$

力波在两端点间的传播时间要长。因此,从能量观点上分析可知,在同一动力条件下,当一处裂纹开裂后,如不进行能量补充,别处的裂纹就不可能再发生开裂,必须经过能量的再贮存才可能使别处的裂纹尖端处再次开裂。上述裂纹两端点处起裂的延迟时间,就是能量的再贮存时间。

五、结 论

通过前面的理论分析和对试验结果的讨论研究,得结论如下:

1. 预制裂纹方向角 α 对裂纹的初始开裂方向有影响,但不影响裂纹的主要运动方向。影响裂纹运动方向的是动载下应力场的主应力方向。因此,可以通过确定应力场中 σ_1 的方向达到对裂纹运动方向的控制。
2. 裂纹开裂不仅与应力幅值有关,还与应力的作用时间、应变率、应力波入射角等因素有关。所以,在动载条件下单纯以断裂时的应力幅值作为裂纹开裂的判据是不妥的。
3. 利用铅笔芯作传感器对岩石裂隙传播进行监测是成功的,它能及时反映出裂纹的开裂时间。

参 考 文 献

- [1] Robertson, I.N, Proc.Camb.Phil.Soc., Vol.63, 1967, p.229.
- [2] Mal, A., Quart.Appl.Math., Vol.26, 1968, p.231.
- [3] Mal, A., Int.J.Engng.Sci., Vol.6, 1968, p.623—725.
- [4] Sih, G.C. and Loeber, J., Aconst, J., Soc.Am., Vol.44, 1968, p.229.
- [5] Srivastava, K. N., Gupta, O. P. and Palaiya, R. M., Interaction of Elastic Wave with Griffith Crack Sitnated in an Infinitely Long Elastic Strip, under Eommun - ication.
- [6] 张挺、金若冰、赵蜀北, 岩石介质中应力历史的测量, 第二届全国爆炸力学学术会议论文集, 第二册, 1981年12月, 扬州。

Fracture Testing Study of Rectangular Plates with Cracks under Dynamic Loading

Chen Jinxi Wang Wulin

Abstract

In this paper, the whole process of initiation, propagation, and failure of rectangular plaster plates with cracks under dynamic loading is described in detail. Based on the theories of fracture dynamics and stress wave, the testing results are analysed, and the fracture law followed by the plates with cracks under dynamic loading is given.